

NOTIZEN

Eine Bemerkung zur Ableitung der Streuamplitude für Elektronenstreuung an Atomen nach Glauber und Schomaker

H. DREIZLER

Physikalisches Institut der Universität Freiburg i. Br.
(Z. Naturforsch. 21 a, 475 [1966]; eingegangen am 14. Februar 1966)

In letzter Zeit zeigte es sich, daß bei einer Auswertung der Beugungsbilder, die bei der Streuung von schnellen Elektronen (10–40 keV) an freien Molekülen entstehen, die erste BORNsche Näherung der Streutheorie nicht ausreicht, um verlässliche Angaben über die Molekülstruktur zu erhalten. In einem ersten Beitrag zu diesem Problem wiesen GLAUBER und SCHOMAKER^{1, 2} nach, daß es besonders bei Molekülen, die aus Atomen mit sehr unterschiedlichen Kernladungszahlen aufgebaut sind, notwendig ist, mit komplexen Streuamplituden zu arbeiten. Als Näherung schlugen sie vor, für den Betrag der komplexen Streuamplitude $f(\mathbf{K}', \mathbf{K})$ die BORNsche Streuamplitude $f_B(\mathbf{K}', \mathbf{K})$ und für deren Phase

$$\eta(\mathbf{K}', \mathbf{K}) = \frac{|\mathbf{K}|}{4\pi f_B(\mathbf{K}', \mathbf{K})} \int f_B(\mathbf{K}', \mathbf{K}'') f_B(\mathbf{K}'', \mathbf{K}) d\Omega_{\mathbf{K}''} \quad (\text{G+S 11})$$

$$f(\mathbf{K}, \mathbf{K}') = \frac{1}{2i|\mathbf{K}|} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (\exp\{2i\delta_l\} - 1) P_l(\cos\vartheta). \quad (1)$$

Mit (1) erhält man für fest gewählte \mathbf{K} und \mathbf{K}' für das Integral I

$$I = \frac{|\mathbf{K}|}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{4\mathbf{K}^2} \left(\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (\exp\{-2i\delta_l\} - 1) P_l(\cos\Theta) \right) \left(\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (\exp\{2i\delta_l\} - 1) P_l(\cos\vartheta_2) \right) \sin\vartheta_2 d\vartheta_2 d\varphi_2. \quad (2)$$

Dabei ist also vorausgesetzt, daß der Streuer (Atom) eine solche Symmetrie hat, daß die Streuamplitude von φ nicht abhängt. Mit dem Additionstheorem für die LEGENDRESCHEN Polynome⁴ $P_l(\cos\Theta)$

$$P_l(\cos\Theta) = P_l(\cos\vartheta_1) P_l(\cos\vartheta_2) + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(\cos\vartheta_1) P_l^m(\cos\vartheta_2) \cos m(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3)$$

$$\text{deren Orthogonalitätsrelation}^5 \quad \int_0^\pi P_l(\cos\vartheta_2) P_{l'}(\cos\vartheta_2) \sin\vartheta_2 d\vartheta_2 = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'} \quad (4)$$

und $\int_0^\pi \cos m(\varphi_1 - \varphi_2) d\varphi_2 = 0$ für $m \neq 0$ folgt:

$$I = \frac{1}{4|\mathbf{K}|} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (2 - \exp\{-2i\delta_l\} - \exp\{2i\delta_l\}) P_l(\cos\vartheta_1). \quad (5)$$

Diese Größe ist aber unter Beachtung von (1)

womit (G+S 7) bewiesen ist.

¹ R. GLAUBER u. V. SCHOMAKER, Phys. Rev. 89, 667 [1953].

² Weitere Literatur in dem zusammenfassenden Artikel von A. ALMENNINGEN, O. BASTIANSEN u. A. HAALAND, Angew. Chem. internat. Edit. 4, 819 [1965]; Angew. Chem. 77, 877 [1965].

³ H. FAXÉN u. J. HOLTSMARK, Z. Phys. 45, 307 [1927].

zu wählen. GLAUBER und SCHOMAKER verwendeten u. a. die Formel

$$\frac{1}{2i} \{f(\mathbf{K}', \mathbf{K}) - f^*(\mathbf{K}, \mathbf{K}')\} = \frac{|\mathbf{K}|}{4\pi} \int f^*(\mathbf{K}'', \mathbf{K}') f(\mathbf{K}'', \mathbf{K}) d\Omega_{\mathbf{K}''} = I \quad (\text{G+S 7})$$

Deren Beweis deuteten sie an, führten ihn aber nicht aus. Mir scheint es nützlich, einen anderen Beweis zu (G+S 7) mitzuteilen. Die folgende Abb. 1 verdeutlicht die auftretenden Wellenvektoren.

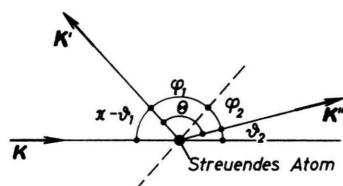


Abb. 1. Lage der Wellenvektoren \mathbf{K} , die nicht notwendigerweise in einer Ebene liegen. Winkel Θ zwischen \mathbf{K}' und \mathbf{K} .

Ich gehe aus von der Formel von FAXÉN und HOLTSMARK³

$$I = \frac{1}{2i} \{f(\mathbf{K}', \mathbf{K}) - f^*(\mathbf{K}, \mathbf{K}')\}, \quad (6)$$

⁴ Zum Beispiel H. MARGENAU u. G. M. MURPHY, The Mathematics of Physics and Chemistry, D. van Nostrand Co., Princeton 1956 (Sec. Edition), p. 112.

⁵ Siehe z. B. ⁴, p. 109.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.